

1. Dí si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas y razona tu respuesta:

a) Dados un plano π y un punto P que no esté contenido en π , existe un único plano perpendicular a π que pasa por P.

b) Dados una recta r y un punto P que no esté contenido en r, existe un único plano perpendicular a r que pasa por P.

2. Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$ y $r': \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = k + s \end{cases}$

a) Encuentra un valor del parámetro k para que las rectas r y r' estén contenidas en un mismo plano. Halla la ecuación general de dicho plano.

b) Para $k = 0$, calcula las ecuaciones paramétricas de un plano π que contenga a la recta r y unas ecuaciones paramétricas de otro plano π' que contenga a la recta r', de forma que π y π' .

3. a) Estudia en función del parámetro k, la posición relativa de los planos $\pi_1: x + y - z = 1$, y el plano $\pi_2: x + y - k^2z = k$.

b) ¿Existe algún valor de k para el que los planos π_1 y π_2 ?

4. Halla la ecuación general de un plano π que contenga a la recta r: $\begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$ y que pase por el origen de coordenadas.

5. Dado el plano $\pi: x - y + z + k = 0$, y la recta r: $\frac{x-3}{2} = y+1 = -z$, se pide:

a) Demuestra que para cualquier valor de k, la recta r es paralela al plano.

b) Determina el valor de k de forma que la recta r está contenida en el plano π .

6. Dado el punto P(2,2,1) y el plano de ecuaciones $\begin{cases} x = 1 + t - s \\ y = 1 - t + s \\ z = t \end{cases}$, se pide:

a) Distancia desde el punto P al plano π .

b) Ecuaciones generales (implícitas) de la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π .

7. Dados los puntos A(1,1,1), B(1+k, 2 1-k) y C(1+k,1+k,2+k) se pide:

a) Prueba que los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} forman un ángulo de 90° , independientemente del valor de k.

b) Determina los valores de k para que la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo de vértices A, B y C sea igual a 3.

8. Consideramos los planos: $\pi_1: x + 2y - z = 1$, $\pi_2: 3x - z = 3$, y $\pi_3: -x + 2y + z = 7$

a) Determina su posición relativa.

b) Hala el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 .

9. Dados los puntos de coordenadas A(3,1,1) , B(0,2,2) y C(-1,-1,-1) se pide:

- Determina la ecuación general del plano que los contiene.
- Calcula la distancia desde el punto P(0,0,4) a dicho plano.

10. Consideramos las rectas $r_1 : \begin{cases} x+y = 5 \\ y+z = 2 \end{cases}$, $r_2 : \begin{cases} y = 1 \\ x+y+z = 6 \end{cases}$, $r_3 : \begin{cases} x-y = 1 \\ y-z = 3 \end{cases}$

Se pide: a) Demuestra que las rectas r_1 y r_2 se cortan en un único punto.

- Halla las ecuaciones en forma continua de la recta que pasa por el punto de intersección de r_1 y r_2 y es paralela a la recta r_3 .

11. Dados los planos $\alpha: x + y - z = 1$, γ , $\beta: \begin{cases} x = 1+t+s \\ y = 1-t \\ z = 2+s \end{cases}$, se pide:

- Determina su posición relativa.
- Calcula la distancia entre ellos.

12. Dadas las rectas $r : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5+t \\ z = 6+t \end{cases}$, γ , $s : \begin{cases} x = 1 \\ -2y+z = 1 \end{cases}$

- Analiza su posición relativa.
- Halla la ecuación general del plano π que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r .

13. a) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto P(2,-1,3) y es

perpendicular a la recta $r : \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-t \\ z = 0 \end{cases}$

- Halla las coordenadas del punto P', simétrico de P respecto de la recta r .

14. El plano $\alpha: x + y + z = 10$, corta a las rectas $r_1 : x = y = 1$, $r_2 : y = z = 2$, $r_3 : x = z = 3$, en los puntos A, B y C respectivamente. Se pide.

- Halla el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D(1,2,3).
- Determina la distancia desde el vértice D hasta la cara opuesta del tetraedro.

15. a) Halla un punto de la recta $r : \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$, equidistante de los puntos P(-1,2,1) y

Q(0,3,1).

- Calcula la ecuación implícita de un plano π de modo que el simétrico del punto P respecto del plano π sea el punto Q.

16. Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano

$\pi: x + y - z + 6 = 0$, con la recta $s: \frac{x}{3} = y-2 = z+1$, y además es paralela a la recta

$r: \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 4x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$

www.iespjmariana.es